Apı Analizinde Optimizasyon Tekniklerinin Kullanılması

Mahmud Sami DÖVEN, Burak KAYMAK
Dumlupınar Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Kütahya
msamidoven@yahoo.com , burakkaymak@yahoo.com

Özet: Daima birbirine zıt olan, emniyet ve ekonomi şartlarının sağlanması olarak tarif edilebilecek olan tasarım probleminde geleneksel olarak maliyet sabit kabul edilerek emniyet kontrol edilir. Bilgisayar imkanlarının ve kapasitelerinin artması ile her iki şartın da değişken olarak alınması imkanı doğmuştur. Başlangıcı ikinci dünya savaşı yıllarına rastlayan optimizasyon tekniklerinin kullanılması ile mümkün olan bu süreç sayesinde analiz, kontrol işlemi olmaktan çıkarak tasarımı da bünyesine almıştır.

Bu çalışmada, tek yükleme halinde, deplasmanlar üzerinde kısıtlamaların olmadığı durumda, izostatik ve hiperstatik kafeslerin gerilme kısıtlamaları altında optimizasyonu için bir model oluşturulmuş ve geliştirilen bilgisayar programı ile literatürden örnekler çözülerek benzer sonuçlara ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Yapı Analizi, Kafes, Optimizasyon, Simpleks.

The Usage of Optimization Techniques in Structural Analysis

Abstarct: In a design problem that could be described as finding a solution restoring guaranteing safety and economical conditions, safety is traditionally, controlled, assuming that cost is already constant. However, as a result of increased computer opportunities and capasities, it had been possible to consider both conditions as variables. By using optimization techniques whose beginings accured at the same time as World War II, the analysis process not only became a control procedure but also compriseddesign phase.

In this study, in the caase of single loading in which there was no constraint on deformations, a model for the optimization of izostatic and hyperstatic trusses under stress constraints had beendeveloped. Then, examples from literature had been solved by using the computer program developed and similar results had been obtained.

Keywords: Structural Analysis, Truss, Optimization, Simplex.

1. Giriş

Analiz, topolojisi, malzemesi, ve kesitleri teklif edilmiş bir yapının davranışının hesaplanması işlemidir. Bu davranış sırasında yapıda stabilite, dayanım ve diğer istenilen kısıtlar sağlanıyor ise teklif kabul edilebilir bir yapıdır. Mühendislikte önemli olan emniyet, estetik ve konforun yanında mutlaka olması gereken özelliklerden birisi de ekonomidir. Mustafa İNAN "Cisimlerin Mukavemeti" adlı kitabında boyutlandırmayı, daima birbirine zıt olan, emniyet ve iktisat şartlarını uyuşturmaya çalışmak olarak tarif eder. Ekonomi, istenen şartları sağlayan en az maliyetli yapı tasarlamayı gerektirir. Topolojisi ve malzemesi belli olan yapılar için en az maliyet, en az ağırlıkla, en az ağırlık ise ancak minimum kesit tayini ile mümkündür.

Tüm yapılarda denge, kuvvet-deformasyon ve deplasman uyumu şartları sağlanmak zorundadır. Bu şartların matematik olarak tarif edilmesi ve tarif edilen bu denklemlerin çözülmesi ile yapı analiz edilmiş olur. Yapı tasarımının (topoloji, kesit ve malzeme özelliklerinin) belli olduğu analiz işlemi sonunda gerilme ve deplasmanlar bulunur. Bulunan bu değerler tayin ve tespit edilmiş limitlerle karşılaştırılır. Limitler sağlanıyor ise tasarım kabul edilebilir bir tekliftir. Daha iyi veya en iyi tasarımın bulunması ise bir deneme yanılma sürecidir.

Geleneksel mühendislikte, tasarımcı tecrübe ve mühendislik formasyonunu kullanarak bir yapı teklifi oluşturur ve analiz eder, şartlar sağlanıyor ise bu tekliften hareketle daha hafif bir teklif oluşturur. Sonuçta mühendis vaktinin elverdiğince ulaşabildiği daha hafif yapıyı projelendirir. Bilgisayarların henüz olmadığı yıllarda bir analizin bile ciddi zamanlar aldığı düşünülürse en fazla birkaç deneme yapma fırsatı bulabilecek tasarımcılar, bilgisayarların kullanılmaya başlanması ile analizlerini çok kısa sürelerde tamamlamaya, dolayısı ile makul sürelerde birçok tasarım tekliflerini deneme imkanı bulabilmektedirler.

En hafif tasarımı bulmak bir kombinasyon problemidir ve sürekli değişkenler ile çalışıldığı zaman sonsuz kombinasyon vardır. Bu kombinasyonlar arasından en iyisinin bulunması, başlangıcı (1940-1950) ikinci dünya savaşı yıllarına rastlayan optimizasyon tekniklerinin kullanılması ile mümkün olmaktadır[1].

Bu çalışmada burkulmanın olmadığı varsayılan izostatik ve hiperstatik kafes sistemlerin, deplasman kısıtlamaları olmaksızın, tek yükleme altında optimumlarının hesaplanması problemi ve çözümü tarif edilmiş, bunun için bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak literatürden örnekler çözülmüştür.

2. Kafes Yapılar

Kafes yapılar, düğüm noktaları mafsallı olan ve sadece eksenel yük taşıyan, çubuklardan oluşurlar. Yükler düğüm noktalarına uygulanır, böylece çubukta moment ve kesme kuvvetleri oluşmaz.

Her düğüm noktasının x,y ve z eksenlerinde olmak üzere üç serbestliği vardır. Mesnetlenme durumuna göre bunların bazıları engellenmiştir. Engellenmemiş serbestliklerin sayısı serbestlik derecesi (sd) olarak adlandırılır. Düğüm noktalarına etkiyen yükler, düğüm noktalarını serbestlikleri doğrultusunda harekete zorlarlar. Bu durumda serbestlik derecesi kadar elemanı olan, serbestlikler yönünde pozitif kabul edilen bir yük vektörü ($\widetilde{P}$) oluşturulur. Her düğüm noktası için en fazla üç adet olmak üzere toplamda sistemin serbestlik derecesi kadar denge denklemi vardır. İzostatik kafes yapıların çubuk kuvvetleri ($\widetilde{P}$) sadece düğüm noktası denge denklemlerinin çözümü ile bulunabilmektedir. Denge denklemleri katsayılar matrisi (B) yön kosinüs matrisi olarak da adlandırılır. Düğüm noktası denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$(B)\widetilde{P} = \widetilde{P} \qquad (2.1)$$

Yukarıdaki (2.1) ilişkisinden çubuk kuvvetleri bulunur.

Hiperstatik kafeslerin çubuk kuvvetleri sadece denge denklemleri kullanılarak bulunamaz. Denge denklemlerinin yanında çubuk kuvveti ile çubuk deformasyonu ($\widetilde{\Delta}$) ve çubuk deformasyonu ile düğüm deplasmanları ($\widetilde{X}$) arasındaki ilişkiler kullanılır.

Çubuk kuvveti ile çubuk boy değişikliklerinin arasında çubuk yay sabitleri köşegen matrisi (K) kullanılarak

$$F = (K)\Delta \qquad (2.2)$$

ilişkisi elde edilir.

Ayrıca çubuk boy değişiklikleri ile düğüm deplasmanları arasındaki ilişki

$$\Delta = (B)^T x \qquad (2.3)$$

olarak gösterilir.

(2.3) ifadesini (2.2) ifadesinde yerine yazarsak;

$$F = (K)(B)^T x \qquad (2.4)$$

tarifi elde edilir.

Elde edilen (2.4) ifadesi denge denklemleri olan (2.1) ifadesinde yerine yazılırsa;

$$(B)(K)(B)^T x = F \qquad (2.5)$$

elde edilir.

(2.5) ifadesinde bilinen matrislerin çarpımı olan $(B)(K)(B)^T$ ifadesini (S) matrisi olarak adlandırırsak;

$$(S)x = F \qquad (2.6)$$

elde edilir. Burada (S) stifnes (rijitlik) matrisi olarak adlandırılır.

(2.6) ifadesinde düğüm yükleri ile deplasmanlar arasında lineer ilişki kurulmuştur ve bu lineer denklem takımının çözümü bize düğüm deplasmanlarını verecektir. Düğüm deplasmanları (x) belli olduğunda (2.4) ifadesi ile çubuk kuvvetlerini bulmak mümkündür. Stifnes metodu da denilen bu deplasman metodu hiperstatik kafes sistemlerin çubuk kuvvetlerini sistematik olarak bulmakta kullanılan, bilgisayarda kodlanmaya müsait bir metottur.
Buraya kadar bahsedilen çubuk kuvvetlerini bulma işleminde çubuk kesit alanları sabittir. Analiz sonunda bulunan çubuk gerilmeleri ve düğüm deplasmanları limitleri sağlıyor ise, yapı sorunsuzdur ancak en hafif tasarım olduğunu söylemek mümkün değildir.

3. Kafeslerin Optimizasyonu

3.1. İzostatik Kafeslerin Optimizasyonu

Tek yükleme halinde, deplasmanlar üzerinde kısıtlamaların olmadığı durumda, kesit alanları üzerinde yalnızca işaret kısıtlamalarının olduğu hal için, izostatik kafeslerin gerilme kısıtlamaları altında optimizasyonu aşağıdaki (3.1) ifadesi ile tarif edilir. Bu tarifteki (i) ifadesi düğüm denge denklemleridir. (ii) ifadesi çubuk kesit alanı ve çubuk gerilmesi (σ_j) cinsinden çubuk kuvvetlerini verir. (iii) ifadesi çubuk gerilmelerine ait kısıtlamaları belirler (σ_j^l=gerilme alt limiti, σ_j^u= gerilme üst limiti). (iv) ifadesi çubuk kesit alanlarının (A_j) negatif değer alamayacağını belirtir. (v) ifadesi de L_j boyundaki, ρ_j birim hacim ağırlığında, A_j kesit alanlı çubuklardan oluşan kafes sistemin toplam ağırlığını vermektedir. Optimizasyon problemi bu ağırlığı minimum yapan çözümün bulunması olarak tarif edilmektedir.

$$\left.\begin{array}{ll} (B)F = P & (i) \\ F_j = A_j\sigma_j & (ii) \\ \sigma_j^l \le \sigma_j \le \sigma_j^u & (iii) \\ A_j \ge 0 \quad j = 1,....cs & (iv) \\ MinW = \sum \rho_j L_j A_j & (v) \end{array}\right\} \qquad (3.1)$$

(F, A, σ uzayında nonlineer programlama (NLP) problemi) (3.1) ifadesinde çubuk gerilme kısıtlamalarının tarafları A_j kesit alanı ile çarpılarak problemdeki F_j, kesit

alan tarifi kullanılırsa aşağıdaki (3.2) ifade şekli elde edilir. (3.1) ifadesindeki F_j çubuk kuvveti tarifi nonlineer eşitlik kısıdı olarak problemde yer aldığından bu problemde kısıtlamalar nonlineer olarak sınıflandırılırlar. (3.2) ifadesinde ise çubuk gerilmelerine ait (σ_j) uzayı kullanılmadığı için kısıtlamalar da lineer hale gelmekte ve bu yüzden problem F_j üzerinde işaret kısıtlamaları olmayan bir Lineer Programlama (LP) problemine indirgenmektedir [3].

$$\left.\begin{array}{l} (B)F = P \\ \sigma_j^l A_j \le \sigma_j A_j = F_j \le \sigma_j^u A_j \\ A_j \ge 0 \quad j = 1,...cs \\ MinW = \sum \rho_j L_j A_j \end{array}\right\} \qquad (3.2)$$

(F, A uzayında lineer programlama (LP) problemi. F işaret kısıtlaması olmayan değişken)

(3.2) ifadesindeki F_j çubuk kuvvetleri pozitif değişkenler cinsinden aşağıdaki gibi tarif edilir:

$$F_j = F_j^+ - F_j^-$$

Bu değişken dönüşümü ile (3.2) ifadesi aşağıdaki standart LP problemine dönüşür:

$$\left.\begin{array}{l} (B)F^+ - (B)F^- = P \\ \sigma_j^l A_j \le F_j^+ - F_j^- \le \sigma_j^u A_j \\ A_j \ge 0,\ F_j^+ \ge 0,\ F_j^- \ge 0 \\ (j = 1,....cs) \\ MinW = \sum \rho_j L_j A_j \end{array}\right\} \qquad (3.3)$$

(F^+, F^-, A uzayında standart LP problemi)

(3.3) probleminin çözümünde kullanılan Simpleks Tablosundan anlaşılacağı üzere (F_j^+, F_j^-) pozitif değişkenlerinden yalnızca birisi temel değişken olabilir, başka bir deyişle bu değişkenlerden biri daima sıfırdır. Özel bir durum olarak temel değişken olanın da sıfır olması mümkündür. Bu durumda $F_j = 0 = A_j\sigma_j$ demektir. A_j herhangi bir değer alabilir ancak $\sigma_j = 0$ olmalıdır. $A_j \ge 0$ kısıtlaması düşünüldüğünde ise optimizasyon gereği A_j =0 olacaktır, ancak bu durumda izostatik yapı verilen yükü taşımakla birlikte labil yapı durumuna düşer. Buna engel olmak üzere ilgili A_j için sıfırdan farklı bir A_j^l alt limiti tasarımcı tarafından düşünülmelidir. Aslında bu durum bütün çubuklar için geçerlidir. Bu nedenle (3.3) probleminde tüm çubuklar için A_j^l gibi bir alt limit tasarımcı tarafından düşünülmelidir. Pratikte bu problemler için $A_j \ge A_j^l \ne 0$ kısıdına ihtiyaç vardır.

(3.3) probleminin optimum çözümünde

$F_j^+ = 0$ ise

$-F_j^- = \sigma_j^l A_j (= F_j = \sigma_j A_j)$ olur ($\sigma_j = \sigma_j^l$).

$F_j^- = 0$ ise

$F_j^+ = \sigma_j^u A_j (= F_j = \sigma_j A_j)$ olur ($\sigma_j = \sigma_j^u$).

$F_j^+ = 0, F_j^- = 0$ ise

$F_j^+ - F_j^- = 0 (= F_j = \sigma_j A_j)$ olur ($\sigma_j = 0$).

Yukarıdaki bilgiler ışığında (3.3) problemindeki değişkenleri aşağıdaki gibi değiştirebiliriz:

$$\left.\begin{aligned} F_j^+ &= \sigma_j^u A_j^+ \\ F_j^- &= -\sigma_j^l A_j^- \end{aligned}\right\} \quad \text{(Değişken dönüşümü)}$$

$$\left.\begin{aligned} &(B)(\sigma_j^u) A^+ + (B)(\sigma_j^l) A^- = P \\ &\sigma_j^l A_j \le \sigma_j^u A^+ + \sigma_j^l A_j^- \le \sigma_j^u A_j \\ &A_j \ge 0, A_j^+ \ge 0, A_j^- \ge 0 \\ &(j = 1, \ldots . cs) \\ &MinW = \sum \rho_j L_j A_j \end{aligned}\right\} \quad (3.4)$$

($\tilde{A}^+, \tilde{A}^-, \tilde{A}$ uzayında standart LP problemi)

(3.4) probleminin çözümünde yukarıdaki tartışmaya benzer olarak aşağıdakiler yazılır:

$A_j^+ = 0$ ise $\quad A_j^- = A_j$

$A_j^- = 0$ ise $\quad A_j^+ = A_j$

$A_j^+ = 0 \quad A_j^- = 0$ ise $\sigma_{j1} = 0$

demektir. A_j ise herhangi bir değer alabilir, yani optimumda $A_j = 0$ olur. (Ancak bu durumda yapı labildir.)

Bu durumda optimum çözümde $A_j = A_j^+ + A_j^-$ tarifinin geçerli olduğu anlaşılmaktadır. (3.4) problemini aşağıdaki gibi ifade etmek de mümkündür:

$$\left.\begin{aligned} &(B)(\sigma_j^u) A^+ + (B)(\sigma_j^l) A^- = P \\ &A_j^+ \ge 0, \quad A_j^- \ge 0 \\ &MinW = \sum \rho_j L_j (A_j^+ + A_j^-) \end{aligned}\right\} \quad (3.5)$$

($\tilde{A}^+, \tilde{A}^-$ uzayında standart LP problemi)

3.2. Hiperstatik Kafeslerin Optimizasyonu

Hiperstatik kafes sitemler, deplasman kısıtlamaları olmaksızın tek yükleme altında incelendiğinde, optimum yapının izostatik temel yapı olduğu bilinmektedir [5]. Bu durumda hiperstatiklik derecesi (hd) kadar çubuk optimum yapıda yer almaz. Buradan hareketle problem (3.5) ifadesine benzer şekilde çözülebilir.

$$\left.\begin{aligned} &(B)(\sigma_j^u) A^+ + (B)(\sigma_j^l) A^- = P \\ &A_j^+ \ge 0, \; A_j^- \ge 0 \\ &MinW = \sum \rho_j L_j (A_j^+ + A_j^-) \end{aligned}\right\} \quad (3.6)$$

Yukarıdaki problemde (3.5) ifadesinde olduğu gibi $A_j = A_j^+ + A_j^-$ kabul edilir. (3.6) ifadesindeki optimizasyon probleminin optimum çözümünde sd adet A_j kesit alanı temel değişken olarak hesaplanır. Bu A_j kesit alanlarından biri sıfır olarak hesaplanır ise çubuğun mevcut olmadığı anlaşılır. Bu ise optimum yapının labil olduğu anlamına gelmektedir. Bu nedenle temel değişken olan A_j kesit

alanları (atılmayan çubuklar) için tasarımcının

$A_j^l \neq 0$ gibi bir alt limit kullanması gereklidir.

4. Geliştirilen Bilgisayar Programı ve Uygulamalar

Bu çalışma kapsamında geliştirilen bilgisayar programı öncelikle Bölüm 2'de tarif edilen kafes sistemin düğüm, çubuk ve serbestlik bilgilerini data halinde almakta ve sistematik olarak denge denklemleri katsayıları (B) matrisini sistematik olarak oluşturulmaktadır. Bölüm 3'de belirtilen formda problemin oluşturulmasının ardından sadece eşitlik kısıtlarından ibaret olan aşağıdaki simpleks tablosu oluşturulmaktadır.

A_j^+	A_j^-		
$(B)(\sigma^u)$	$(B)(\sigma^l)$	=	P
$\rho_j L_j$	$\rho_j L_j$	=	$W_{\min}$

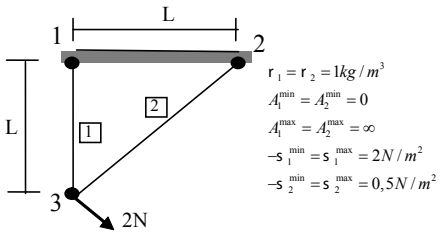
Tablo 1. Simpleks tablosu

Yukarıda verilen simpleks tablosunun çözümü kafes sistemin en hafif halini sonuç olarak vermektedir. Hiperstatik bir yapının optimizasyonu sonunda bazı kesit alanları sıfır değeri alabilirler. Bu durumun nedeni, mevcut yüklemeler altında çubukta hiç gerilme oluşmamasıdır. Çubuğun kesit alanının sıfır olarak bulunması mühendislik olarak her zaman çubuğun sistemden atılması anlamına gelmez. Bazen çubukta hiç gerilme oluşmuyor bile olsa stabilite açısından o çubuğun sistemde kalması şarttır. Bunun kontrolü son simpleks tablosu incelenerek yapılmaktadır. Son tablodaki temel değişkenler arasındaki kesit alanı değişkenleri sıfır bile olsa stabilite açısından sistemde mutlaka bulunması gereken çubuklardır, temel değişkenlerin içerisinde olmayan diğer çubuklar ise sistemden tamamen kaldırılarak hiperstatik sistemin en hafif temel yapısı çözüm olarak bulunmaktadır.

4.1. İki Çubuklu İzostatik Kafes Sistem

Şekil 1' de verilen izostatik kafes sistemin sadece gerilme kısıtları altında en hafif halini trivial olarak bulmak mümkündür. (Çubuk kuvvetleri bulunur ve gerilme limitine bölünerek minimum kesit alanı elde edilebilir.) Trivial olarak da çözülebilecek olan bu örnekte, optimizasyon teknikleri kullanılarak bulunan minimum ağırlık ve kesit alanları Tablo 2'de verilmiştir. Kafes optimizasyonunun ilk örneklerinden olan bu problem için bulunan sonuçlar referans [2] ile aynıdır.

Şekil 1. İki çubuklu izostatik kafes sistem



A_1 (m2)	A_2 (m2)	W (kg)
1.4142	4.0000	7.0711

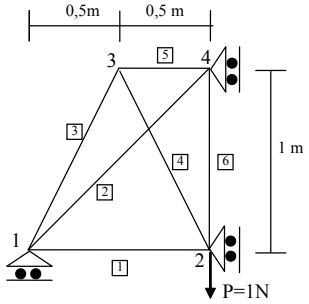
Tablo 2. İki çubuklu kafes sistemin optimum çözümü.

4.2. Altı Çubuklu Hiperstatik Kafes Sistem

Şekil 2'de verilen hiperstatik kafes sistemin sadece gerilme kısıtları altında en hafif halinin izostatik temel yapı olduğu daha önce belirtilmişti. Bu durumda hiperstatik yapının stabil tüm temel yapı kombinasyonları ayrı ayrı incelenerek her birisi için trivial çözüm yapılabilir. Bunların içinden en hafifi optimumdur. Aynı optimuma optimizasyon teknikleri kullanılarak tek simpleks tablosunun çözümü ile ulaşılmaktadır. Tablo 3'de görüldüğü gibi 2 ve 6 numaralı çubukların kesit alanları sıfır

olarak bulunmuştur. Birinci dereceden hiperstatik olan bu yapıda en fazla bir çubuk atılabilir. Tablo 3'de değeri -0.0000 olarak gösterilen 6 numaralı çubuk kesit alanı değişkeni son simpleks tablosunda temel değişkenler arasına girmediğinden dolayı sistemden atılmasında stabilite açısından bir problem olmadığı anlaşılır. Bu durumda 2 numaralı çubuk bu yükleme altında zorlanmamasına rağmen stabilite açısından sistemde olmak zorundadır. 2 numaralı çubuğun kaldırılması durumunda stabilitenin bozulmayacağı ayrıca incelenmelidir. Bu problem için bulunan sonuçlar referans [4] ile aynıdır.

$$\rho_j = 1kg/m^3$$
$$\sigma_{j1}^{u} = -\sigma_{j1}^{l} = 1N/m^2$$
$$A_j^{\min} = 0 \quad j = 1,2,....,6$$
$$A_j^{\max} = \infty \quad j = 1,2,....,6$$



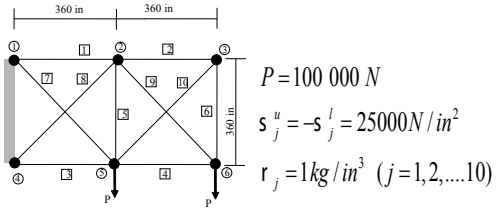
Şekil 2. Altı çubuklu hiperstatik kafes sistem

A_1 (m^2)	0.5000
A_2 (m^2)	0.0000
A_3 (m^2)	1.1180
A_4 (m^2)	1.1180
A_5 (m^2)	1.0000
A_6 (m^2)	-0.0000
W (kg)	3.5000

Tablo 3. Altı çubuklu kafes sistemin optimum çözümü.

4.3. On Çubuklu Hiperstatik Kafes Sistem

Şekil 3'de verilen hiperstatik kafes sistem sadece gerilme kısıtları altında bir önceki probleme benzer şekilde çözülmüştür. İkinci dereceden hiperstatik olan bu sistemin optimum çözümünde Tablo 4'de görüldüğü gibi dört adet çubuk kesit alanı sıfır olarak hesaplanmıştır. Bunlardan -0.0000 olarak gösterilmiş olan 5 ve 10 numaralı çubuklar sistemden kaldırılabilirken yine kesit alanı sıfır olarak hesaplanmış olan 2 ve 6 numaralı çubuklar temel değişkenler arasındadır ve zorlanmamalarına rağmen stabilitenin sağlanması için sistemde bulunmak zorundadırlar.



Şekil 3. On çubuklu hiperstatik kafes sistem

A_1 (in^2)	8.0000
A_2 (in^2)	0.0000
A_3 (in^2)	8.0000
A_4 (in^2)	4.0000
A_5 (in^2)	-0.0000
A_6 (in^2)	0.0000
A_7 (in^2)	5.6569
A_8 (in^2)	5.6569
A_9 (in^2)	5.6569
A_{10} (in^2)	-0.0000
W (kg)	15840

Tablo 4. On çubuklu kafes sistemin optimum çözümü.

5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada tek yükleme altında, deplasmanlar üzerinde kısıtlamaların olmadığı durumda,

kesit alanları üzerinde yalnızca işaret kısıtlamalarının olduğu hal için, kafes sistemlerin gerilme kısıtlamaları altında optimizasyonu için problem tarif edilmiş ve simpleks algoritması kullanılarak çözülmek üzere bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bu bilgisayar programı ile literatürden örnekler çözülerek benzer çözümlere ulaşılmıştır. Benzer çalışmalar deplasman ve burkulma gibi kısıtlamalar da göz önüne alınarak yapılabilir.

Geleneksel metotla analiz yapıldığında sabit olan kesit alanı, optimizasyon teknikleri ile analiz yapıldığında problemin bilinmeyenleri arasındadır. Geleneksel metoda göre daha fazla işlem gerektiren bu teknik, bilgisayarların gelişmesi ile kullanılabilir hale gelmiştir. Bilişim teknolojilerinin bu derece geliştiği ve kullanımlarının evlere kadar girdiği bu dönemde analiz ve tasarım içeren eğitim ve uygulamaların bilgisayar destekli olarak düzenlenmesi, hız ve kapasite imkanların zorlandığı çalışmaların yapılması bilişim çağının gereklerindendir.

6. Kaynaklar

[1]. ARORA Jasbir S., "Introduction To Optimum Design", 198-231, McGraw-Hill Book Company, USA,1989.

[2]. BAYER, M., "Bilinear Formulations in Structural Optimization", Doktora Tezi, Londra Üniversitesi, 1978.

[3]. DÖVEN, M.S., "Minimum Ağırlıktaki Düzlem Kafes Sistemlerin Simpleks Metodu İle Tasarlanması", Bilimde Modern Yöntemler Sempozyumu - BMYS'2005, 16 - 18 Kasım 2005, KOCAELİ

[4]. HEMP, W.S., Optimum Structures, Clarendon Press, 1973.

[5]. POPE G.G. and SCHMIT L.A.,"Structural Design Applications of Mathematical Programming Techniques", 30-33, AGARDograph No.149, 1971.

[6]. SHEU C.Y., "Optimal elastic design of trusses by feasible direction methods" Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.15, No:1,1975.